

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ У. Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Олимпиадные задачи по математике

(наименование дисциплины)

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль)

**Общий профиль: прикладная математика и
информатика**

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки –2024

Карачаевск, 2024

КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Б1.В.ДВ.04.03 «ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ»

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение

УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности

УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений

ПК-2. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы

ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач

ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач

ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
1. Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1		<i>Прочитайте текст и дополните его, выбрав правильный вариант ответа вместо многоточия</i>	ПК-2

		Коэффициенты диофантова уравнения являются Варианты ответа: 1. целыми числами 2. дробными числами 3. иррациональными числами	
2		Прочитайте текст и дополните его, выбрав правильный вариант ответа вместо многоточия Натуральное число делится на 4, если и только если его Варианты ответа: 1) последняя цифра делится на 4 2) последняя цифра четная 3) последние две цифры образуют число, кратное 4 4) последние три цифры образуют число, кратное 4	ПК-2
3		Прочитайте текст и дополните его, выбрав правильный вариант ответа вместо многоточия Натуральное число делится на 8, если и только если его Варианты ответа: 1) последняя цифра делится на 4 2) последняя цифра делится на 8 3) последние две цифры образуют число, кратное 8 4) последние три цифры образуют число, кратное 8	ПК-2
4		Прочитайте текст и дополните его, выбрав правильный вариант ответа вместо многоточия Натуральное число делится на 25, если и только если его Варианты ответа: 1) последняя цифра делится на 5 2) последние две цифры образуют число, кратное 25 3) последние три цифры равны 5 4) последние две цифры числа образуют число, кратное 25	ПК-2
5		Прочитайте текст и дополните его, выбрав правильный вариант ответа вместо многоточия	ПК-2

		Квадрат нечетного натурального числа при делении на 8 дает остаток ... Варианты ответа: 1) 3 2) 1 3) 5 4) 7	
2. Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
6		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. В пифагоровом треугольнике (это прямоугольный треугольник с целыми сторонами) по крайней мере одна сторона делится на ... Правильные варианты ответа: 1) 3 2) 5 3) 4 4) 6	УК-1 ПК-2
7		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Пара чисел (2, 2) является решением диофантова уравнения ... Правильные варианты ответа: 1) $x^4 = (3y - 10)^2$. 2) $x^2 + 2y^2 = 6x$. 3) $y^4 = (x - 6)^2$	ПК-2
8		Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Множество размещений из 10 элементов по 5 элементов представляет собой Правильные варианты ответа: 1) упорядоченное множество 2) множество неупорядоченное	ПК-2

		3) счетное множество 4) конечное множество.							
9		<i>Прочитайте текст и выберите правильные ответы.</i> 4-значное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24, равно ... Правильные варианты ответа: 1) 1342 2) 2341 3) 2134 4) 3124 5) 2314 6) 4312 7) 4132	ПК-2						
10		<i>Прочитайте текст и выберите правильные ответы.</i> Целыми решениями уравнения $x^4 = (3x - 10)^2$ являются числа Правильные варианты ответа: 1) 2 2) 1 3) -5 4) 5	ПК-2						
3. Задания закрытого типа. Задачи на соответствие									
11		<i>Прочитайте текст и установите соответствие между числом элементов множества и названием множества:</i> к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>Формула для числа элементов множества</th><th>Название множества</th></tr><tr><td>А) $\frac{n!}{(n-m)!}$</td><td>1) Множество сочетаний из n элементов по m элементов</td></tr><tr><td>Б) $\frac{n!}{m!(n-m)!}$</td><td>2) Множество размещений из n элементов по m элементов</td></tr></table>	Формула для числа элементов множества	Название множества	А) $\frac{n!}{(n-m)!}$	1) Множество сочетаний из n элементов по m элементов	Б) $\frac{n!}{m!(n-m)!}$	2) Множество размещений из n элементов по m элементов	ПК-2
Формула для числа элементов множества	Название множества								
А) $\frac{n!}{(n-m)!}$	1) Множество сочетаний из n элементов по m элементов								
Б) $\frac{n!}{m!(n-m)!}$	2) Множество размещений из n элементов по m элементов								

12		Прочитайте текст и установите соответствие между символьными обозначениями чисел и их значениями: к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>Символьное обозначение числа</th><th>Значение числа</th></tr><tr><td>А) C_4^2 Б) C_4^3 В) A_4^2 Г) A_4^3</td><td>1) 6 2) 12 3) 24 4) 4</td></tr></table>	Символьное обозначение числа	Значение числа	А) C_4^2 Б) C_4^3 В) A_4^2 Г) A_4^3	1) 6 2) 12 3) 24 4) 4	ПК-2
Символьное обозначение числа	Значение числа						
А) C_4^2 Б) C_4^3 В) A_4^2 Г) A_4^3	1) 6 2) 12 3) 24 4) 4						
13		Прочитайте текст и установите соответствие между символьными обозначениями чисел и их значениями: к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>Символьное обозначение числа</th><th>Значение числа</th></tr><tr><td>А) 3! Б) 7! В) 5! Г) 6!</td><td>1) 6 2) 120 3) 5040 4) 720</td></tr></table>	Символьное обозначение числа	Значение числа	А) 3! Б) 7! В) 5! Г) 6!	1) 6 2) 120 3) 5040 4) 720	ПК-2
Символьное обозначение числа	Значение числа						
А) 3! Б) 7! В) 5! Г) 6!	1) 6 2) 120 3) 5040 4) 720						
14		Прочитайте текст и установите соответствие между уравнением кривой второго порядка и аффинным типом этой кривой: к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>уравнение кривой второго порядка</th><th>аффинный тип кривой второго порядка</th></tr><tr><td>А) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 5x + 6 = 0$. Б) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 4y^2 + 4x + 24y - 28 = 0$. В) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением</td><td>1) гипербола 2) две параллельные прямые 3) эллипс 4) парабола 5) две пересекающиеся прямые</td></tr></table>	уравнение кривой второго порядка	аффинный тип кривой второго порядка	А) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 5x + 6 = 0$. Б) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 4y^2 + 4x + 24y - 28 = 0$. В) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением	1) гипербола 2) две параллельные прямые 3) эллипс 4) парабола 5) две пересекающиеся прямые	ПК-2
уравнение кривой второго порядка	аффинный тип кривой второго порядка						
А) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 5x + 6 = 0$. Б) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 - 4y^2 + 4x + 24y - 28 = 0$. В) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением	1) гипербола 2) две параллельные прямые 3) эллипс 4) парабола 5) две пересекающиеся прямые						

		$9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0.$ Г) Кривая второго порядка в некоторой системе координат задана уравнением $x^2 + 4xy + 4y^2 - 4x + 2y - 5 = 0.$					
15		Прочитайте текст и установите соответствие между понятиями по смысловым связям : к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>Понятие</th><th>Понятие</th></tr><tr><td>А. Биномиальные коэффициенты В. Теорема Пифагора С. Равнобедренная трапеция</td><td>1. Пифагоровы треугольники 2. Треугольник Паскаля 3. вписанный четырехугольник</td></tr></table>	Понятие	Понятие	А. Биномиальные коэффициенты В. Теорема Пифагора С. Равнобедренная трапеция	1. Пифагоровы треугольники 2. Треугольник Паскаля 3. вписанный четырехугольник	ПК-2
Понятие	Понятие						
А. Биномиальные коэффициенты В. Теорема Пифагора С. Равнобедренная трапеция	1. Пифагоровы треугольники 2. Треугольник Паскаля 3. вписанный четырехугольник						
16		Прочитайте текст и установите соответствие между треугольниками, заданными своими сторонами, и свойствами этих треугольников: к каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца <table><tr><th>Стороны треугольника</th><th>Свойства треугольника</th></tr><tr><td>А) Стороны треугольника равны 12, 5, 13 . Б) Стороны треугольника равны 8,6, 9 . В) Стороны треугольника равны 3,4,7.</td><td>1) треугольник остроугольный 2) треугольник тупоугольный 3) треугольник прямоугольный</td></tr></table>	Стороны треугольника	Свойства треугольника	А) Стороны треугольника равны 12, 5, 13 . Б) Стороны треугольника равны 8,6, 9 . В) Стороны треугольника равны 3,4,7.	1) треугольник остроугольный 2) треугольник тупоугольный 3) треугольник прямоугольный	ПК-2
Стороны треугольника	Свойства треугольника						
А) Стороны треугольника равны 12, 5, 13 . Б) Стороны треугольника равны 8,6, 9 . В) Стороны треугольника равны 3,4,7.	1) треугольник остроугольный 2) треугольник тупоугольный 3) треугольник прямоугольный						
4. Задания закрытого типа на установление правильной последовательности							
17		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Выберите сначала по списку фамилии математиков и математиков-педагогов, принимавших участие в организации и популяризации олимпиад. Тогда в конце списка окажутся ученые, не принимавшие участие в олимпиадном движении:	УК-1				

		1) Николай Иванович Лобачевский 2) Борис Николаевич Делоне 3) Андрей Николаевич Колмогоров 4) Михаил Алексеевич Лаврентьев 5) Левон Сергеевич Атанасян 6) Сергей Львович Соболев 7) Александр Михайлович Ляпунов 8) Дмитрий Борисович Фукс 9) Сергей Петрович Соловьев 10) Андрей Петрович Киселев 11) Евклид 12) Рене Декарт 13) Виктор Яковлевич Буняковский	
18		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Укажите правильную последовательность, характеризующую ход решения задачи: 1) Математическая модель 2) Решение математической модели 3) Словесная модель 4) Анализ полученного решения 5) Модель в виде графического рисунка или таблицы 6) Уточнение или исправление модели 7) Решение уточненной модели 8) Анализ условия задачи	УК-1 ПК-2
19		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Укажите правильную последовательность использования типов математического мышления для решения олимпиадной задачи: 1) Аналитическое мышление 2) Пространственное мышление 3) Логическое мышление 4) Алгоритмическое мышление 5) Творческое озарение	УК-1 ПК-2
20		Прочитайте текст и установите правильную последовательность. Задан многочлен с целыми коэффициентами. Необходимо исследовать его корни, хотя бы выяснить количество корней. Ваша последовательность выбора методов	УК-1 ПК-2

		исследования: 1. Деление многочлена на многочлен с целью понижения степени уравнения. 2. Метод группировки с целью понижения степени уравнения 3. Теорема Безу. 4. Дифференцирование 5. Вычисление критических точек и точек экстремума 6. Вычисление значений многочлена в различных точках с целью выяснения знака значения многочлена 7. Вычисление промежутков знакопостоянства 8. Вычисление промежутков монотонности 9. Схематический график с использованием свойств многочленов 10. Приближенное вычисление корней	
5. Задания открытого типа на дополнение			
21		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (ответ запишите строчными латинскими буквами курсивом): Если натуральное число M делится на натуральное число a и натуральное число b, причем $\text{НОД}(a, b) = 1$, т. е. числа a и b взаимно простые, то число M делится на число...	УК-1 ПК-2
22		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (в ответе строчными буквами запишите существительное в винительном падеже): Метод математической индукции проводится в три этапа: построение базы индукции, формулирование индукционной гипотезы, проведение индукционного ...	УК-1 ПК-2
23		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (в ответ строчными буквами запишите прилагательное во множественном числе): Диофантовым уравнением называется уравнение с целыми коэффициентами, в котором более одного неизвестного, и для которого требуется найти ... решения	ПК-2
24		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (в ответе запишите число): Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел при делении на 4 дает остаток ...	ПК-2

25		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (в ответе запишите строчными буквами прилагательное в творительном падеже): Если область определения функции симметрична относительно начала координат, и $f(-x) = f(x)$, то функция $f(x)$ называется ...	ПК-2
26		Закончите предложение, подставив вместо многоточия слово (в ответе запишите строчными буквами существительное): Если область определения функции симметрична относительно начала координат, и $f(-x) = f(x)$, то график такой функции симметричен относительно оси ...	УК-1 ПК-2
6. Задания открытого типа с развернутым ответом			
27		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ: Приведите пример 3-значного натурального числа, которое при делении на 3, на 5 и на 7 дает в остатке 2 и в записи которого есть только две различные цифры. Сколько таких чисел?	ПК-2
28		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ: Найдите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x} \left(x^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$.	ПК-2
29		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ: Доказать методом математической индукции, что при любом натуральном n число $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ делится на 133.	УК-1 ПК-2
30		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ: В корзине лежит 45 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 23 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 24 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?	УК-1 ПК-2
31		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ:	УК-1 ПК-2

		Непрерывная действительная функция $f(x)$ удовлетворяет условию: $f(2x) = 3f(x)$ при всех x. Известно, что $\int_0^1 f(x)dx = 1$. Найдите $\int_1^2 f(x)dx$.	
32		Прочитайте текст и запишите развернутый ответ Существует ли такое натуральное число n, что трехмерный шар диаметра 10 можно поместить в n-мерный единичный куб?	ПК-2